

## МИХАИЛ ИОСИФОВИЧ КАДЕЦ

(к восьмидесятилетию со дня рождения)

30 ноября 2003 года исполнилось восемьдесят лет со дня рождения Михаила Иосифовича Кадеца.

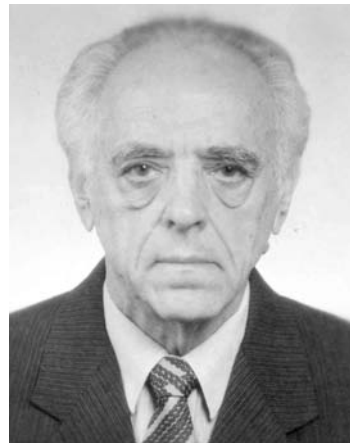
Михаил Иосифович родился в Киеве. Среднюю школу он окончил за несколько дней до начала Великой Отечественной войны. В 1943 г. Михаил Иосифович был призван в ряды Советской Армии. В 1946 г. демобилизовался и поступил в Харьковский университет. Под влиянием своего преподавателя математического анализа В. К. Балтаги Михаил Иосифович заинтересовался вопросом о распространении классической теоремы Римана об условно сходящихся рядах на случай конечномерных и бесконечномерных нормированных пространств. Важным событием явился выход в свет в 1948 г. книги С. Банаха “Курс функціонального аналізу”, украинского перевода знаменитой монографии “Théorie des opérations linéaires”. Эти два события во многом определили круг научных интересов Михаила Иосифовича.

По окончании университета в 1950 г. Михаил Иосифович уехал работать в г. Макеевка Донецкой области. Здесь, вдали от математических центров, его “научным руководителем” является вышеупомянутая книга Банаха. В этой книге было сформулировано много открытых проблем.

Первой проблемой, привлечшей его внимание, была проблема о топологической эквивалентности бесконечномерных пространств Банаха, в частности, вопрос, гомеоморфны ли пространства  $c_0$  и  $C[0, 1]$  и пространства  $\ell_1$  и  $C[0, 1]$ . Михаил Иосифович начал с попытки установления гомеоморфизма пространств  $c_0$  и  $\ell_1$ . В то время не было достаточно развитого аппарата нелинейного функционального анализа. Стандартный метод, устанавливающий гомеоморфность пространств  $\ell_p$ ,  $1 \leq p < \infty$ , не работал. Для решения задачи о гомеоморфности  $c_0$  и  $\ell_1$  Михаил Иосифович использует аппарат наилучших приближений. Непосредственно применить его оказалось невозможно, так как последовательность уклонений в канонической норме  $c_0$  данного элемента непригодна для установления взаимной однозначности отображений. Для преодоления этого препятствия Михаил Иосифович ввел в  $c_0$  новую норму типа норм Орлича и, используя последовательность уклонений данного элемента от подпространств, натянутых на первые  $n$  векторов единичного базиса в этой новой норме, установил гомеоморфность  $c_0$  и  $\ell_1$ .

В последующие годы Михаил Иосифович устанавливает гомеоморфность различных классов пространств Банаха. Наконец, в 1966 г. он устанавливает гомеоморфность всех бесконечномерных сепарабельных пространств Банаха. Несомненно, решение этой задачи Фреше–Банаха было одним из наиболее важных моментов в истории развития теории банаховых пространств.

Аппарат, который Михаил Иосифович развил, решая эту задачу, оказался очень важным. Он создал два метода, названные методом координат и методом эквивалентных норм. Грубо говоря, метод координат состоит в том, что если  $X$  и  $Y$  – два банаховых пространства с базисами  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$ , то гомеоморфизм устанавливается таким образом, что для любого подмножества  $M$  натуральных чисел подпространство, натянутое на  $\{x_n : n \in M\}$ , переходит на подпространство,



натянутое на  $\{y_n : n \in M\}$ .

Второй метод, разработанный Михаилом Иосифовичем, – это метод эквивалентных норм, состоящий в следующем. В данном пространстве Банаха вводится эквивалентная норма, которая имеет свойства, близкие к свойствам нормы в гильбертовом пространстве. Так, например, для построения гомеоморфизма Михаил Иосифович вводит эквивалентную локально равномерно выпуклую норму. Эта норма обладает двумя важными свойствами гильбертовой сферы: первое – сфера не содержит отрезков и второе – на сфере слабая и нормированная топологии совпадают. Впоследствии второе свойство сферы стало называться свойством Кадеца.

В настоящее время теория перенормировок и ее приложения превратились в отдельную область теории пространств Банаха. Значительные части монографий: М. М. Day, “Normed linear spaces”, Springer-Verlag, 1973; J. Diestel, “Geometry of Banach spaces”, Springer-Verlag, 1975, посвящены этой теории. Монография: R. Deville, G. Godefroy and V. Zizler “Smoothness and renormings in Banach spaces”, Longman Scientific and Technical, Wiley, 1993, полностью посвящена теории перенормировок. Отметим также, что недавно был введен класс нелинейных отображений, названных “сигма-срезочно непрерывными”. По существу этот класс восходит к гомеоморфизму, построенному Михаилом Иосифовичем. Сам Михаил Иосифович использовал метод эквивалентных норм для доказательства того факта, что каждое сепарабельное пространство имеет нелинейный операторный базис.

Решая проблему о гомеоморфизме, Михаил Иосифович параллельно занимался и другими важными вопросами геометрии банаховых пространств. Он нашел первое приложение теоремы Бишопа–Фелпса о линейных функционалах, достигающих своей нормы: а именно показал, что сепарабельное пространство Банаха допускает дифференцируемую по Фреше норму тогда и только тогда, когда его сопряженное сепарабельно. Заметим, что эта характеристика сыграла важную роль в работе Е. Асплунда об изучении точек дифференцируемости по Фреше непрерывных выпуклых функций в пространстве Банаха. До сих пор остается открытым вопрос о характеристике банаховых пространств, допускающих дифференцируемую по Фреше норму в общем (несепарабельном) случае.

Михаил Иосифович нашел изящное необходимое условие безусловной сходимости рядов в термине модуля выпуклости пространства Банаха. Это условие является предшественником условия нетривиальности котипа пространств Банаха. Хорошо известна характеристика М. И. Кадеца базисов Шаудера и Чезаро в терминах их мультипликаторов.

Михаил Иосифович занимался вопросами о подпространствах  $L_p$  и, исследуя их, заполнил некоторые пустые места в таблице о линейных размерностях из книги С. Банаха. Он нашел асимптотически точные оценки для модуля выпуклости в пространствах  $L_p$ ,  $1 < p \leq 2$ .

Эти результаты выдвинули Михаила Иосифовича в число основоположников современной теории банаховых пространств. В 60-е годы Михаил Иосифович начал создавать школу теории банаховых пространств в Харькове. Результаты этой школы становятся широко известными, в частности, в упомянутой книге М. М. Дзя харьковский журнал “Теория функций, функциональный анализ и их приложения” перечислен среди пяти основных журналов, публикующих статьи по теории банаховых пространств.

В дальнейшем Михаил Иосифович расширяет круг своих интересов. Занимаясь почти периодическими функциями со значениями в пространствах Банаха, он показал, что максимальный класс пространств Банаха, в котором справедлива теорема Боля–Бора о неопределенных интегралах от почти периодических функций со значениями в банаховом пространстве, состоит из пространств, не содержащих подпространств, изоморфных  $c_0$ .

Михаил Иосифович нашел (в соавторстве со своим учеником М. Г. Снобаром) асимптотически точную оценку проекционных постоянных конечномерных нормированных пространств. Эта оценка и оценки В. И. Гурария, М. И. Кадеца и В. И. Мацаева для расстояний Банаха–Мазура между некоторыми классическими конечномерными пространствами были одними из пионерских результатов локальной теории банаховых пространств.

Из более поздних результатов упомянем теорему о том, что строго нормированное пространство Банаха с  $H$ -свойством, не содержащее  $\ell_1$ , является симметрично локально равномерно выпуклым. Этот изящный результат является теоремой нового типа, связывающей геометрические свойства с топологическими. Обобщение этой теоремы лежит в основе характеристики банахо-

вых пространств, допускающих локально равномерно выпуклую перенормировку.

Как мы уже упоминали, Михаил Иосифович еще в студенческие годы занимался вопросом распространения теоремы Римана об условно сходящихся рядах на случай пространств Банаха. В 1989 г. он в соавторстве с К. Возняковским доказал, что в каждом бесконечномерном пространстве Банаха существует ряд, область сумм которого состоит из двух точек.

Михаил Иосифович получил также важные результаты, лежащие за пределами теории банаховых пространств: в теории аппроксимации и гармоническом анализе. Он нашел уточнение теоремы Чебышёва об альтернансе полинома наилучшего приближения. Хорошо известна его “теорема об  $1/4$ ” – доказательство того, что  $1/4$  является наилучшей постоянной в теореме Пэли–Винера о негармонических рядах.

Совместная с А. Пелчинским статья Михаила Иосифовича “Bases, lacunary sequences and complemented subspaces in the spaces  $L_p$ ” является одной из наиболее известных и наиболее часто цитируемых в теории банаховых пространств работ. В ней на основе введенных Михаилом Иосифовичем в одной из его ранних работ множеств  $M_\varepsilon^p$  разработана техника, позволившая авторам получить большое количество принципиально новых результатов об изоморфной структуре подпространств пространства  $L_p$ . Некоторые из этих результатов имеют многочисленные приложения в теории аппроксимации.

Много времени и сил Михаил Иосифович отдал педагогической работе. Как уже было сказано, благодаря М.И. Кадецу в Харькове была создана школа теории банаховых пространств. Центром этой школы является постоянно действующий семинар в Харьковской государственной академии городского хозяйства, в которой Михаил Иосифович работает с 1965 г. по настоящее время. Михаил Иосифович долгие годы читал в Харьковском университете не только курс функционального анализа, но и ряд спецкурсов по теории банаховых пространств: “Ряды в пространствах Банаха”, “Биортогональные системы и базисы”, “Теория перенормировок” и др. Его стиль чтения лекций – это выверенный отточенный лаконичный язык на фоне филигранной техники анализа и геометрии. В соавторстве с В.М. Кадецом он написал монографию “Series in Banach spaces: conditional and unconditional convergence”, Birkhäuser, Basel, 1997. Эта монография является наиболее авторитетным источником информации по теории рядов в банаховых пространствах. У Михаила Иосифовича много учеников: 19 из них защитили кандидатские диссертации, 7 стали докторами наук. В настоящее время ученики Михаила Иосифовича работают во многих странах мира: Болгарии, Германии, Израиле, Испании, России, Сирии, США и Украине. Михаил Иосифович является заслуженным деятелем науки и техники Украины.

Мы желаем Михаилу Иосифовичу здоровья и многих лет творческой активности.

*В. А. Марченко, С. П. Новиков, И. В. Островский, М. И. Островский,  
Л. А. Пастур, А. Н. Пличко, М. М. Попов, С. Л. Троянский, В. П. Фонф, Е. Я. Хруслов*